

LXVI Olimpiada Astronomiczna



Laureaci LXVI Olimpiady Astronomicznej 2022/23:

1. Maksymilian Wdowiarz-Bilski – V LO im. Augusta Witkowskiego w Krakowie
2. Krzysztof Król – XIII Liceum Ogólnokształcące, Szczecin.
3. Piotr Jędrzejczyk – V Liceum Ogólnokształcące im. Augusta Witkowskiego, Kraków.
4. Gniewosz Armista – Akademickie Liceum Ogólnokształcące Politechniki Wrocławskiej.
5. Michał Jagodziński – XIII Liceum Ogólnokształcące, Szczecin.
6. Bartłomiej Lech – XIV Liceum Ogólnokształcące im. Stanisława Staszica, Warszawa.
7. Wojciech Kukiełka – I Liceum Ogólnokształcące, Radzyń Podlaski.

Pytania testowe (po 0,25 punktu)

Uwaga: możliwe jest kilka dobrych odpowiedzi. Zadanie zostanie zaliczone jeśli zostaną wskazane wszystkie odpowiedzi dobre i żadnej złej

VI. Refrakcja atmosferyczna

- a) powoduje zmianę wysokości i azymutu gwiazd,
- b) zależy od temperatury i ciśnienia atmosferycznego,
- c) powoduje pozorny wzrost wysokości gwiazd nad horyzontem,
- d) opóźnia wschód Słońca.

VII. Czas prawdziwy słoneczny:

- a) jest wskazywany przez zegary słoneczne,
- b) płynie idealnie jednostajnie,
- c) jest o 12h większy od kąta godzinnego Słońca,
- d) zależy od szerokości geograficznej.

VIII. Zjawiska potwierdzające model Kopernika to:

- a) zjawisko paralaksy,
- b) zjawisko aberracji,
- c) zjawisko precesji,
- d) zjawisko nutacji.

IX. Aby zobaczyć częściowe zaćmienie Słońca obserwator musi znaleźć się

- a) w stożku cienia Ziemi,
- b) strefie półcienia Księżyca,
- c) w cieniu Słońca,
- d) dokładnie pomiędzy Słońcem a Księżycem.

X. W którym miesiącu roku może dojść do zakrycia Aldebarana przez Księżyc w III kwadrze

- a) marzec,
- b) czerwiec,
- c) wrzesień,
- d) grudzień.

XI. Promień Księżyca jest mniejszy od promienia Ziemi ok. 4 razy. Średnie albedo Księżyca i Ziemi wynoszą odpowiednio ok. 0,12 i 0,36. Sonda Mars Reconnaissance Orbiter przesłała zdjęcie układu Ziemia - Księżyc. Ile razy Ziemia jest jaśniejsza od Księżyca na tym zdjęciu?

- a) 4/9
- b) 4/3
- c) 12
- d) 48

XII. Sonda New Horizons znajduje się obecnie w odległości około 54 au od Słońca i poruszała się z prędkością hiperboliczną (około 14 km/s). W przyszłości prędkość sondy będzie malała odwrotnie proporcjonalnie do:

- a) odległości od Słońca,
- b) pierwiastka kwadratowego z odległości od Słońca,
- c) kwadratu odległości od Słońca
- d) żadne z powyższych.

XIII. Transport energii za pomocą konwekcji zachodzi

- a) w centrum gwiazdy o masie $10 M_{\odot}$,
- b) w górnych warstwach atmosfery gwiazdy o masie $10 M_{\odot}$,
- c) w centrum gwiazdy o masie $1 M_{\odot}$,
- d) w górnych warstwach atmosfery gwiazdy o masie $1 M_{\odot}$.

XIV. Wybierz prawdziwe stwierdzenia:

- a) im większa masa gwiazdy ciągu głównego, tym większy jej promień,
- b) im wyższa temperatura efektywna gwiazdy ciągu głównego, tym mniejsza jej średnia gęstość,
- c) promień gwiazdy ciągu głównego nie zależy od jej metaliczności,
- d) im gwiazda jest bardziej masywna, tym dłuższy czas jej życia na ciągu głównym.

XV. Linia widmowa powstająca w wyniku przejścia elektronu z orbitalu $n=4$ na $n=3$ w atomie wodoru znajduje się

- a) w ultrafiolecie,
- b) w zakresie optycznym,
- c) w podczerwieni,
- d) w zakresie mikrofalowym.

Termin przesłania rozwiązań upływa 10 października 2022 roku.

Nadesłanie rozwiązania zadania testowego (tzn. zadania nr 3) jest warunkiem koniecznym dalszego udziału w olimpiadzie. W przypadku nadesłania rozwiązań zadań o numerach 1 i 2, do klasyfikacji zawodów I stopnia zaliczone będzie zadanie ocenione wyżej.

Wszystkie strony rozwiązania powinny być opatrzone indywidualnym kodem zawodnika. Zadania należy przesłać z konta e-mailowego, podanego przy rejestracji.

Zadania obserwacyjne

Rozwiązanie jednego z poniższych zadań powinno być przesłane do oceny razem z rozwiązaniami zadań drugiej serii pierwszego etapu Olimpiady Astronomicznej. Pamiętaj o oznaczeniu wszystkich stron kodem zawodnika.

Zgodnie z Regulaminem jako rozwiązanie zadania obserwacyjnego uczestnik może również nadesłać wyniki własnych obserwacji astronomicznych przeprowadzonych w ostatnim roku.

Nadesłanie rozwiązania jednego zadania obserwacyjnego jest warunkiem koniecznym dalszego udziału w olimpiadzie. W przypadku nadesłania rozwiązań większej liczby zadań obserwacyjnych, do kwalifikacji zaliczane jest rozwiązanie ocenione najwyżej.

Przysłane rozwiązania zadań obserwacyjnych powinny zawierać informacje o miejscu i czasie obserwacji, parametrach instrumentów obserwacyjnych i warunkach pogodowych. Obserwacje powinny być nie wcześniej niż rok przed data ich przesłania do oceny.

UWAGA. Obserwacje Słońca należy prowadzić z bezwzględnym zachowaniem zasad bezpieczeństwa, z użyciem dostosowanego do takich obserwacji ekwipunku. Komitet rekomenduje obserwacje z zastosowaniem certyfikowanych filtrów słonecznych, umieszczonych przed obiektywem lub prowadzonych metodą projekcji ekranowej.

1. Przeprowadź serię obserwacji ilustrujących zmianę miejsca zachodu Słońca na widnokręgu. Wykonaj zdjęcie widnokręgu i zaznacz na nim kolejne zaobserwowane miejsca zachodu wraz z datą. Oszacuj azymuty tych punktów i przedstaw je na wykresie w zależności od daty obserwacji.
2. Przy pomocy gnomonu przeprowadź serię obserwacji jego cienia obejmującą kilkanaście dni o ustalonej porze (najlepiej w okolicach południa). Wyznacz zmiany wysokości Słońca i przedstaw je na wykresie w zależności od czasu. Na podstawie swoich obserwacji oszacuj zmianę deklinacji Słońca w tym czasie. Do wyników dołącz zdjęcie dokumentujące przeprowadzanie obserwacji.
3. Przeprowadź serię obserwacji fotograficznych ilustrujących zmiany fazy Księżyca w czasie jednej lunacji i na ich podstawie oszacuj dobowe przemieszczenie terminatora na jego powierzchni. Wynik podaj w kilometrach. Potrzebne dane np. o średnicy Księżyca wyszukaj samodzielnie.
4. Przy pomocy dowolnej metody: (np.: fotografia, skale współrzędnych na montażu teleskopu, Laska Jakuba itp.) wyznacz współrzędne astronomiczne jednej z aktualnie widocznych planet. Opisz swoją metodę i prześlij fotografię swojego przyrządu obserwacyjnego.
5. Na podstawie własnych obserwacji wyznacz rozmiar dobowej kątowej drogi Księżyca na niebie. Opisz swoją metodę i prześlij fotografię swojego przyrządu obserwacyjnego.
6. Na podstawie własnych obserwacji wyznacz czas obiegu dowolnie wybranego księżycy Jowisza lub Saturna. Opisz swoją metodę i prześlij fotografię swojego przyrządu obserwacyjnego.

Zasady punktacji zadań obserwacyjnych

Zadania są punktowane w skali od 0 do 5 punktów. Punkty przyznawane są za następujące elementy:

- 1.0p Opis planowanej metody przeprowadzenia obserwacji prowadzącej do uzyskania końcowego wyniku.
- 0.5p Opis samych obserwacji (sprzęt, warunki pogodowe itp.)
- 0.5p Opis uzyskanych surowych wyników (tabela z wynikami pomiarów, wykonane zdjęcia, rysunki, wykresy itp.)
- 1p Przedstawienie sposobu redukcji danych, wykonane rachunki, uzyskany wynik końcowy
- 1p. Dyskusja otrzymanego wyniku, porównanie z wartościami literaturowymi itp.
- 1p. Dyskusja dokładności pomiarów, omówienie źródeł błędów pomiarowych i ich wpływu na ostateczny wynik.

LXVI Olimpiada Astronomiczna

DRUGA SERIA ZADAŃ

Zadania teoretyczne

4. Jak wiadomo neutrino mają masę (szacowaną na mniej niż $1\text{eV}/c^2$) co powoduje, że poruszają się z prędkością zależną od energii ale mniejszą od światła. Zakładając, do celów oszacowania wielkości zjawiska, że energia spoczynkowa neutrino (czyli mc^2) wynosi 1eV oblicz o ile opóźni się neutrino o energii 1MeV względem wyemitowanego w tym samym momencie fotonu, w czasie drogi z Wielkiego Obłoku Magellana leżącego w odległości około 163 tysięcy lat świetlnych. [5 punktów]

5. Bohater opowiadania fantastycznonaukowego „Wyprawa na Lensję” (Urania 5/2021) opisuje wizytę na planecie swobodnej, przemierzającej samotnie kosmos nie związanej z żadną gwiazdą. Mieszkańcy Lensji czerpią energię z pierwiastków promieniotwórczych zalegających pod powierzchnią planety. Oblicz minimalną masę pierwiastków promieniotwórczych, których rozpad wytwarzałby taką moc, z jaką Słońce ogrzewa Ziemię.

Rozważ wyłącznie reakcje rozpadu Uranu-238 do Ołowiu-206. W jednej takiej reakcji wydzielana jest energia $51,8\text{MeV}$, a czas połowicznego rozpadu wynosi 4,5 miliarda lat. Załóż, że promień Lensji jest równy promieniowi Ziemi. Masa Uranu-238 wynosi $221,7\text{GeV}/c^2$. Pozostałe dane liczbowe wyszukaj samodzielnie. [5 punktów]

6. Starlink to system satelitów telekomunikacyjnych, którego celem jest dostarczanie łączności internetowej na całym globie. Sieć składa się obecnie z ponad 3000 satelitów krążących po kołowych orbitach na wysokości około 550 km nad powierzchnią Ziemi, jednak planowane jest skonstruowanie i wystrzelenie łącznie prawie 42000 satelitów. Zakładając, że satelity są rozmieszczone równomiernie w przestrzeni i że mogą dostarczać Internet bez zakłóceń, jeżeli znajdują się na wysokości co najmniej 30° nad horyzontem, oszacuj minimalną liczbę satelitów potrzebnych do pokrycia sygnałem całej kuli ziemskiej. [5 punktów]

7. Dla pewnego układu podwójnego zaobserwowano serię zaćmień i wyznaczono momenty minimów „O” (w Dniach Juliańskich) załączonych w tabeli. Przeprowadź ich analizę w następujących krokach:

- a) Dla każdego z minimów oblicz wartość $O - C$ czyli różnicę pomiędzy momentem obserwowanym O , a momentem przewidywanym C (inaczej kalkulowanym),
gdzie: C – moment przewidywany na podstawie efemerydy liniowej: $C = M_0 + E \cdot P$,
 M_0 – moment zaćmienia początkowego podawany zwykle w Dniach Juliańskich,
 E – epoka (czyli numer kolejnego zaćmienia),
 P – okres orbitalny podawany w dniach,

Dla każdego obserwowanego momentu O należy znaleźć taką wartość E , aby otrzymany kalkulowany moment zaćmienia C był jak najbliższy zaobserwowanemu momentowi O . [1 punkt]

- b) Narysuj diagram „O-C” przedstawiający dla wszystkich punktów różnice pomiędzy O i C w funkcji czasu podawanego zwykle w Dniach Juliańskich. [1 punkt]

Jeśli zastosowana efemeryda (M_0 i P) jest poprawna, wykres powinien mieć przebieg taki jak funkcja liniowa $y = ax + b$ o współczynnikach $a=0$ i $b=0$ (czyli $y=0$)

Jeśli punkty na diagramie układają się wzdłuż innej prostej to oznacza, że przyjęta wartości M_0 i P są niepoprawne. Niezerowy współczynnik kierunkowy równania prostej **a** wiąże się z przyjęciem nieprawidłowej wartości okresu P , natomiast niezerowy wyraz **b** oznacza błędną wartość M_0 . Gdy diagram układa się w linię łamaną oznacza to zmiany okresu orbitalnego gwiazdy.

- c) Na wykresie wybierz fragmenty liniowe i dopasuj do nich linie proste. [1 punkt]
d) Określ czas, kiedy dochodziło do zmian okresu orbitalnego. [0,5 punktu]
e) Oszacuj wartości okresu przed i po zmianach. [1,5 punkt]

Efemeryda gwiazdy AA Cas: $M_0 = 2434330.233$ [JD] $P = 2.1420443$ dni.

Tabela 1 – zaobserwowane momenty minimów jasności O (w Dniach Juliańskich).

1. 2415949,419	24. 2441848,773
2. 2417065,407	25. 2445614,539
3. 2417397,430	26. 2445989,3902
4. 2419665,816	27. 2446743,3985
5. 2422630,407	28. 2446756,2465
6. 2424239,070	29. 2447060,4305
7. 2424738,170	30. 2453306,7049
8. 2426458,217	31. 2454718,3299
9. 2427053,743	32. 2454720,4736
10. 2428949,398	33. 2454769,7426
11. 2429146,454	34. 2454840,4305
12. 2429756,948	35. 2455052,4954
13. 2430712,273	36. 2455097,4815
14. 2431819,711	37. 2455155,3169
15. 2432466,604	38. 2455155,3217
16. 2434120,261	39. 2455776,5151
17. 2434330,172	40. 2456222,0653
18. 2435373,349	41. 2456483,3934
19. 2435426,929	42. 2456920,3760
20. 2435838,186	43. 2457327,3696
21. 2437466,143	44. 2457329,5155
22. 2439327,584	45. 2457569,4267
23. 2440818,430	46. 2457764,3516

Elementem rozwiązania mogą być pliki z arkuszy kalkulacyjnych lub pliki graficzne z wykresami.

Internetowe zadanie obserwacyjne

[5 punktów]

Dnia 25 października 2022 nastąpi częściowe zaćmienie Słońca, Wyszukaj w Internecie i przeprowadź analizę zdjęć zaćmienia wykonanych w pobliżu maksymalnej fazy z dwóch różnych miejsc na powierzchni Ziemi.

- a) Na zdjęciach zaznacz środki tarcz Słońca i Księżyca. [0,5 p]
- b) Wyznacz odległość kątową środków tarcz od siebie. [0,5 p]
- c) Wyznacz średnicę kątową tarczy Księżyca. [0,5 p]
- d) Oszacuj fazę zaćmienia w obu miejscach. [0,5 p]
- e) Na podstawie powyższych wyników oszacuj odległość Ziemia - Księżyc. [1,5 p]
- f) Oszacuj jak wysoko nad biegunem północnym (na osi obrotu Ziemi), musiałby się znaleźć obserwator aby zobaczyć zaćmienie całkowite. [1,5 p]

UWAGI:

W rozwiązaniach proszę podać źródło analizowanych zdjęć.

Dopuszcza się zdjęcia wykonane samodzielnie z zachowaniem wszelkich zasad bezpiecznego obserwowania Słońca.

Zdjęciem może być też na przykład przechwycony kadr z transmisji zaćmienia.

Można wykorzystać zdjęcia z innego zaćmienia częściowego, ale bez polecenia f.

Przyjmij, że średnica kątowa Słońca to dokładnie $30'$. Inne wartości liczbowe wyszukaj samodzielnie.

Mapa zaćmienia: https://www.urania.edu.pl/pliki/almanach/2022/Bloki/Zacmienia_Sl.pdf

Rozwiązania wszystkich zadań teoretycznych 4-7 należy przysyłać do 14 listopada na adres olimpiada@planetarium.edu.pl łącznie z rozwiązaniem jednego z zadań obserwacyjnych 1-6 (opublikowanych we wrześniu) lub – przy braku pogody – Internetowego zadania obserwacyjnego,

Powinny mieć one postać plików komputerowych w popularnych formatach (np.: pdf, doc, jpg).

Kod zawodnika powinien być wpisany na każdej stronie rozwiązań oraz w nazwie pliku. Osobne pliki dla każdego zadania proszę nazwać wg schematu: numer zadania – kod zawodnika (np, zad3-X28,pdf).

Zadania rozwiązywane są w warunkach pracy domowej, więc przesyłane pliki „na czysto” powinny być czytelne, wolne od skreśleń i poprawek.

ZADANIA II ETAPU

LXVI Olimpiada Astronomiczna



Zadanie 1

W ostatnich latach obserwuje się gwałtowny wzrost liczby sztucznych satelitów na niskiej orbicie okołoziemskiej, związany głównie z rozwojem systemu Starlink. Satelity te, kiedy odbijają światło słoneczne, mogą być widoczne nawet gołym okiem, i utrudniają prowadzenie obserwacji astronomicznych.

a) Oszacuj przez jaki czas po zachodzie Słońca satelity mogą być widoczne dla obserwatora znajdującego się w Chorzowie w dniu przesilenia letniego oraz w dniach równonocy.

b) Oszacuj jak długo może trwać przelot satelity przez pole widzenia teleskopu o kątowej średnicy $3,5^\circ$. Załóż, że teleskop wycelowano w obiekt na wysokości 30° nad horyzontem. Przyjmij, że satelity poruszają się po kołowej orbicie na wysokości 550 km nad powierzchnią Ziemi. Szerokość geograficzna Chorzowa wynosi $50^\circ 17'$.

Zadanie 2

Aktywne jądra galaktyk otoczone są pyłowym torusem. Ziarna pyłu pochłaniają całe padające na nie promieniowanie optyczne (pochodzące z centralnej części dysku akrecyjnego otaczającego supermasywną czarną dziurę) i re-emitują je w zakresie podczerwonym. Zaobserwowano, że jasność pewnego kwazara o przesunięciu ku czerwieni $z = 0,4$ zmienia się, a zmiany jasności w zakresie podczerwonym są opóźnione w stosunku do zmian w zakresie optycznym $\Delta t = 140$ dni. Oszacuj moc promieniowania tego kwazara, przyjmując, że wewnętrzny promień pyłowego torusa jest określony przez temperaturę sublimacji pyłu równą w przybliżeniu 1500 K.

Zadanie 3

Oceń możliwość odkrycia zjawiska w epoce przed teleskopowej fazy Wenus za pomocą obserwacji kamerą obscura. Przyjmij, następujące założenia: maksymalna jasność Wenus w fazie 50% wynosi -4 mag., zasięg wzroku to 6 mag., maksymalna średnica źrenicy oka to 10 mm, odległość dobrego widzenia wynosi 30 cm, ekran kamery odbija izotropowo 100% padającego na niego światła.

Zadanie 4

Moc promieniowania Słońca $L = 3.846 \cdot 10^{26}$ W. Przyjmij że neutrino unoszą 2,3% energii generowanej przez Słońce. Oblicz, o ile kilometrów zmieni się promień orbity Ziemi w ciągu 1 mld lat gwiazdowych, jeżeli strumień masy wiatru słonecznego i CME wynosi około 25% zmiany masy Słońca w wyniku reakcji termojądrowych.

LXVI Olimpiada Astronomiczna

Zadania III etapu

Zadanie 1

Koncentracja gwiazd w centralnych obszarach gromad kulistych jest znacznie większa niż średnia koncentracja gwiazd w Galaktyce. Na zdjęciach wielu gromad obrazy gwiazd nakładają się na siebie. Oceń w jakim stopniu gwiazdy w gromadach rzeczywiście zasłaniają się wzajemnie. Jasność powierzchniowa (w wielkościach gwiazdowych na kwadrat sekundy łuku) centrum typowej dużej gromady kulistej to $\mu_G = 16 \text{ mag/arcsec}^2$.

Przyjmij, że jasność powierzchniowa gwiazd μ_* w gromadach kulistych jest w przybliżeniu równa jasności powierzchniowej Słońca. Przyjmij wielkość gwiazdową Słońca i średnicę tarczy słonecznej: $m_\odot = -26,74$ oraz $D_\odot = 32,0'$.

Wskazówka: Jasność powierzchniowa obiektu nie zależy od odległości.

Zadanie 2

Jeden ze sposobów mierzenia wieku meteorytów opiera się na pomiarach zawartości izotopów rubidu i strontu. Rubid-87 (^{87}Rb) rozpada się do strontu-87 (^{87}Sr) z czasem połowicznego zaniku równym 49,23 miliarda lat, więc zawartość tych izotopów w skale zmienia się w czasie.

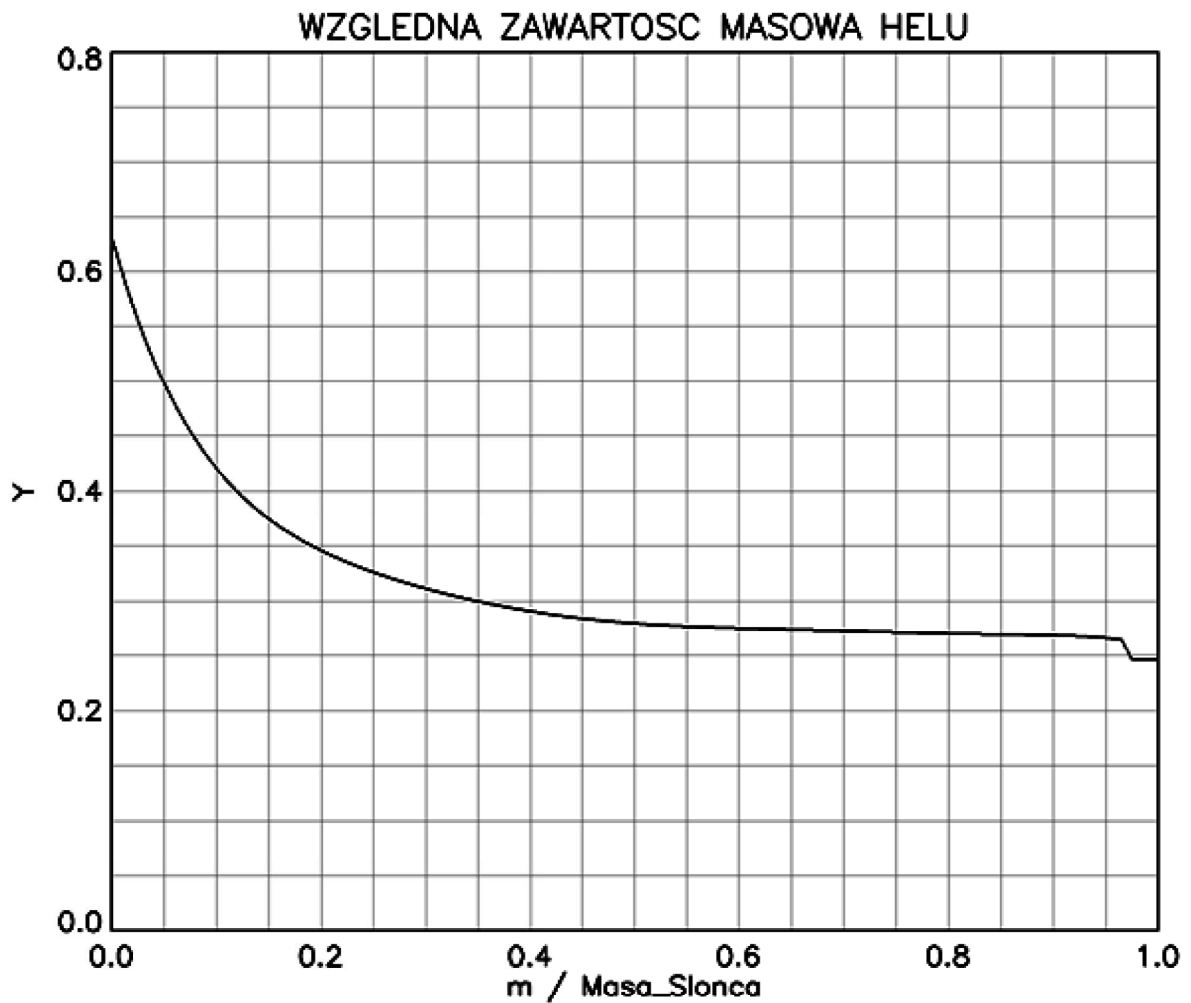
Z kolei stront-86 (^{86}Sr) jest izotopem stabilnym i jego zawartość pozostaje stała. W poniższej tabeli przedstawiono stosunki zawartości $^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$ i $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ w ziarnach pewnego meteorytu znalezionej w północnej Afryce. Wyznacz wiek tego meteorytu.

$^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$	$^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$
0,1230	0,709622
0,1586	0,709685
0,0670	0,709531
0,6061	0,711638
0,0760	0,709309
0,1308	0,709627
0,1584	0,709728
0,0436	0,709413
0,0614	0,709247
0,0873	0,709397
0,7980	0,712599
0,8040	0,712841
0,7700	0,712535
0,3900	0,710893
0,0792	0,709599

Zadanie 3

Wykres przedstawia zmiany względnej zawartości masowej helu Y we wnętrzu Słońca. Oblicz średnią wartość stałej słonecznej podczas dotychczasowej ewolucji Słońca, przyjmując, że względna zawartość masowa helu w obłoku pyłowo-gazowym, z którego uformowało się Słońce, wynosiła $Y_{\text{zero}} = 0,272$. Pomiń ewolucyjne zmiany masy Słońca oraz unoszenie energii przez neutrino.

Uwaga: względna zawartość masowa pierwiastka w pewnym wolumenie plazmy równa jest stosunkowi całkowitej masy tego pierwiastka M w tym wolumenie do całkowitej masy wszystkich pierwiastków M_{all} w tym samym wolumenie, czyli $Y = M_{\text{He}} / M_{\text{all}}$.



Zadanie 4

Kiedy Słońce przechodzi przez równik galaktyczny? Wynik podaj z dokładnością do dnia.

Nachylenie równika do ekliptyki $\varepsilon = 23^\circ 26,4'$.

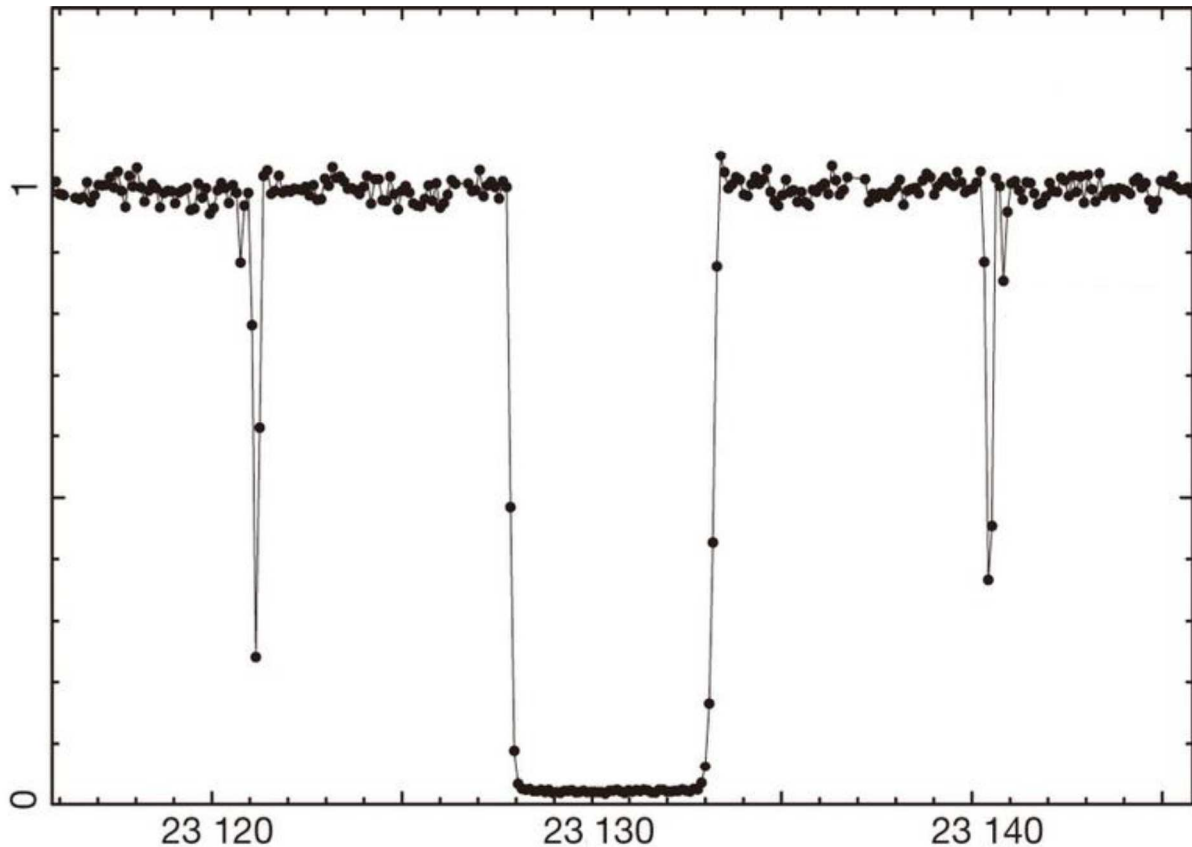
Współrzędne równikowe północnego bieguna galaktycznego (na epokę J2000):

$12^h 51^m 26^s$; $+27^\circ 07' 42''$

Zadanie 5

Przestudiuj załączony wykres zmian jasności pewnej gwiazdy podczas zjawiska zakrycia jej przez małe ciało Układu Słonecznego z grupy Centaurów. Podaj możliwą interpretację fizyczną tak przebiegającego zakrycia gwiazdy. Naszkicuj możliwy wygląd tego ciała.

Wiedząc, iż tego dnia obiekt ten był oddalony od Ziemi o 13,5 jednostek astronomicznych oraz że jego ruch własny na niebie wynosił $0,17''/\text{min}$ (sekund łuku na minutę), oszacuj rozmiary tego ciała w kilometrach.



Oś OX – Czas podany w sekundach (od chwili 03:06:2013 godzina 00:00:00.0 UTC)

Oś OY – Względna jasność gwiazdy (strumień unormowany do 1,0)

(źródło: Nature: doi:10.1038/nature13155)

Zadanie 6

Zadanie rozwiązywane pod sztucznym niebem planetarium

Wybrane stałe astronomiczne i fizyczne

Prędkość światła w próżni (c)	$2,9979458 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Stała grawitacji (G)	$6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1}$
Stała Stefana – Boltzmanna (s)	$5,6704 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$
Stała Plancka (h)	$6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Stała Wiena (b)	$2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$
Jednostka astronomiczna (au)	$1,4960 \cdot 10^{11} \text{ m}$
Rok świetlny (ly)	$9,4605 \cdot 10^{15} \text{ m} = 63\,240 \text{ au}$
Parsek (pc)	$3,0860 \cdot 10^{16} \text{ m} = 206\,265 \text{ au}$
Aktualna wartość stałej Hubble’a (H)	$67,15 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$
Doba gwiazdowa	$23^{\text{h}} 56^{\text{m}} 04,091^{\text{s}}$
Miesiąc sydereczny	$27^{\text{d}} 07^{\text{h}} 43^{\text{m}} 11,5^{\text{s}}$
Miesiąc synodyczny	$29^{\text{d}} 12^{\text{h}} 44^{\text{m}} 02,9^{\text{s}}$
Rok zwrotnikowy	365,2422 doby słonecznej
Rok gwiazdowy	365,2564 doby słonecznej
Masa Ziemi ($M_{\oplus}$)	$5,9736 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
Średni promień Ziemi ($R_{\oplus}$)	$6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$
Mimośród orbity Ziemi ($e_{\oplus}$)	0,01671
Okres precesji osi ziemskiej	$\sim 25\,880 \text{ lat}$
Aktualne nachylenie ekliptyki do równika (ε)	$23^{\circ} 26,4'$
Średnia odległość Ziemia – Księżyc	$3,844 \cdot 10^8 \text{ m}$
Mimośród (średni) orbity Księżyca ($e_{\lrcorner}$)	0,0549
Nachylenie orbity Księżyca do ekliptyki ($i_{\lrcorner}$)	$5^{\circ} 08,7'$
Masa Księżyca ($M_{\lrcorner}$)	$7,349 \cdot 10^{22} \text{ kg}$
Promień Księżyca ($r_{\lrcorner}$)	$1,737 \cdot 10^6 \text{ m}$
Masa Słońca ($M_{\odot}$)	$1,9891 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
Wiek Słońca	4,6 mld lat
Promień Słońca ($R_{\odot}$)	$6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$
Średni kątowy promień Słońca ($r_{\odot}$)	$16,0'$
Nachylenie osi obrotu Słońca do płaszczyzny ekliptyki	$82,75^{\circ}$
Moc promieniowania Słońca ($L_{\odot}$)	$3,846 \cdot 10^{26} \text{ W}$
Obserwowana jasność Słońca w filtrze V ($m_{\odot}$)	$-26,74 \text{ mag}$
Bolometryczna jasność absolutna Słońca ($M_{\text{bol } \odot}$)	4,83 mag
Temperatura efektywna powierzchni Słońca ($T_{\odot}$)	5 780 K
Współrzędne równikowe północnego bieguna ekliptycznego w epoce J2000.0	$18^{\text{h}} 00^{\text{m}} 00^{\text{s}}; +66^{\circ} 33,6'$
Współrzędne równikowe północnego bieguna galaktycznego w epoce J2000.0	$12^{\text{h}} 51^{\text{m}} 26^{\text{s}}; +27^{\circ} 07'42''$
masa protonu (m_p)	$1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg},$
masa neutronu (m_n)	$1,649 \cdot 10^{-27} \text{ kg},$
Defekt masy w reakcji p-p syntezy Helu (różnica między masą jądra helu a masą czterech protonów)	0,007 masy jądra helu

Wskazówka matematyczna do zadania 2: jeśli $x \ll 1$ to $\log_2(1+x) \approx x / \ln(2)$